

油罐倾斜后油标读数与位置关系的探讨

摘要

经过时间的推移，储油罐会随着地基的变化而改变自身的倾角，这会给原始的油标带来误差，给工业生产带来安全隐患。本文讨论的是：在储油罐发生横向及纵向偏角时，根据偏差角度对油标进行重新标定的模型。

首先我们介绍了问题的背景，作出了一些假设（**我们没有简单地忽略出油管 and 进油管的体积**）。根据这些假设，我们从特殊的偏角开始，对比发生倾斜前后油标的理论标定值，采用**积分的方法**建立数学模型，绘制了理论值与实际值的对比图，指出了误差的成因，然后我们提出了**改进的积分模型**，使得实验数据与我们的模型拟合程度相当好。

对于一般的角度倾斜问题，我们将指出横向的位移对于问题的计算没有带来很大的困难（只需乘以一个比例系数即可）；而对于纵向的位移，我们将采取**近似模拟**的方式进行积分模型的建立，再运用数学软件进行数值求解。我们绘制了积分模型的关于倾斜角度的表格，指出其中的关系，同时附上了横向位移时的浮标比例系数。

与此同时，我们也采用了专业的图形模拟软件计算出了容积的理论值，进行了拟合。同时对照积分模型进行了比较。

最后，我们根据实验的数据，指出了积分模型的优点在于准确性与可靠性，比起拟合的模型具有不可替代的优势，并且讨论了积分模型所采用的**祖暅原理**的推广范围。根据在建模过程中的一些实际体会，为罐体的设计提出了一些改进意见：例如改进测量设备的位置，来帮助生产厂商更好地设计罐体的检测设备，准确地判断罐体的倾斜状况，有效的避免安全事故的发生。

关键字：积分模型、积分模型的修正、改进系数、近似模拟

一 问题综述

在现实生活中，小到抽水马桶中利用浮标测量冲水量，大到在各种运输与储存装置中用于监控化学液态物质设计出的装置，利用浮标测量容器内液体的状态具有重要而广泛的应用。由于浮标直接利用了浮力原理，测量变的简洁和直接。同时，这种测量在工业生产与运输过程中具有重要的安全意义。各种危险化学液态物质需要这些装置实时监控，稍有不慎就会酿成严重的安全事故。所以，在装置的设计与使用上需要充分考虑到现实情况。

通常随着周边环境的变化，例如地基的凹凸和房屋的建设与改造，储存液态物质的罐体会发生一定程度的倾斜与移位，这样重新测量出偏差的角度，根据检测地基的结果动态地更新罐容表标定，可以保证测量的准确性和保障性，避免由于地基变化导致的安全事故的发生。改进的目的是动态地建立偏转情况与罐容表刻度标定之间的关系，由计算机控制出安全标准，有效地避免事故的发生，保障工业生产的安全。同时，由于大部分罐体埋于地下，难以通过直接测量得到偏离的程度，我们可以反向地根据油罐内的数据得出偏离程度，从而为检修和预防倾覆事故带来依据。

1.1 问题的重述

问题一：对于小椭圆型储油罐（两端平头的椭圆柱体），对于罐体倾斜前后进行了两组实验数据的采集，根据变形的情况和实验的结果，为罐体位置改变后重新定标。（数据信息见附录 1）

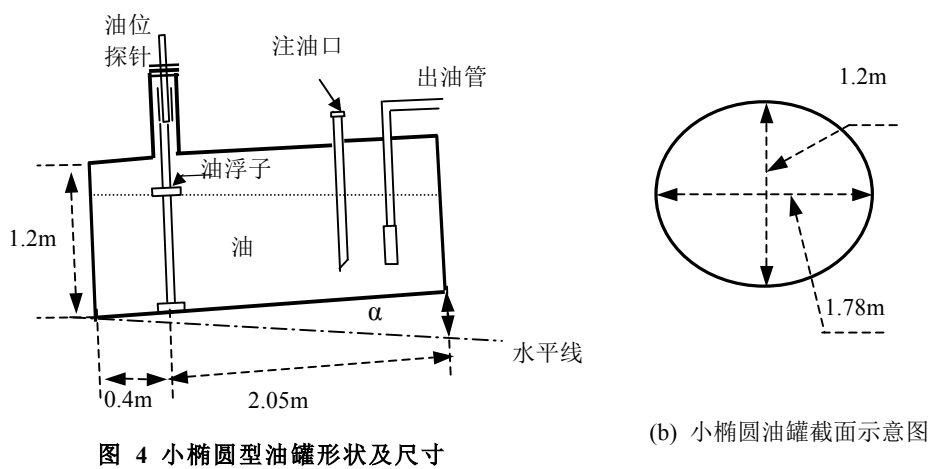


图 4 小椭圆型油罐形状及尺寸

(b) 小椭圆油罐截面示意图

图 4 小椭圆型油罐形状及尺寸示意图

问题二：对于实际的储油罐，在一般的情况下，建立罐体倾斜角度（含横向与纵向）与定标的关系。（数据信息见附录 2）

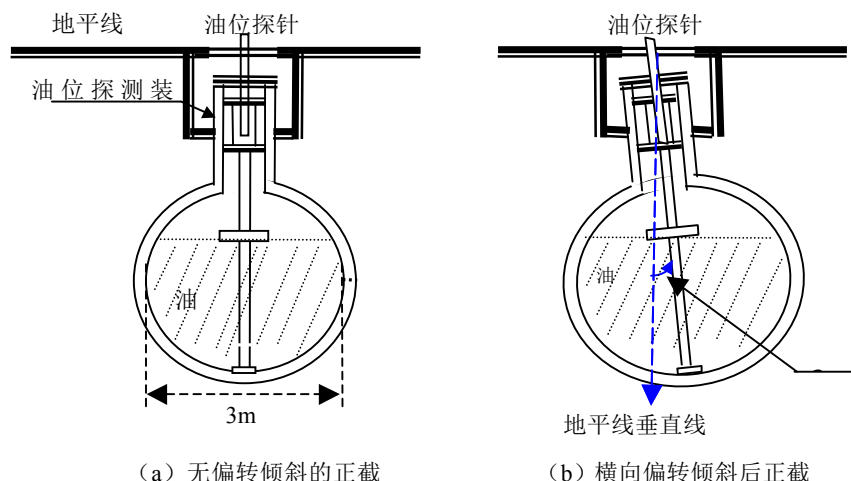


图 3 储油罐截面示

1.2 基本的假设

- (1) 储油罐体在地基变化工程中的形状不发生改变，也不产生漏油与膨胀收缩的问题。
- (2) 储存的物质不随着温度以及地基的改变而改变自身的性质，例如密度以及表面粘度还有化学性质。本文中我们假设储存物质为油。
- (3) 我们仅仅假设储油罐发生水平以及纵向的偏移，不发生翻转等极端情况，且设纵向倾斜角度为 α ，横向倾斜角度为 β
- (4) 在油罐移位时，测量油位高度的探针也发生同方向同比例的偏移。
- (5) 假设油位探针、出油管和注油口都是柱状物体。

1.3 问题的分析

对题目给出的油罐模型，我们发现这是一个可以解析表达的图形，可以采取积分的办法计算出体积与高度之间的关系。由于仅仅是需要进行刻度的标注，不要求出符号解，仅需求出数值积分的解。题设中还给出了一些偏移前后的数据，我们将通过数据拟合的方法给出适当地估计，分析误差的成因。

对于给出更一般的纵向倾角 α 和横向倾角 β 与标度的关系，我们注意到横向的偏角 β 并没有给模型带来困难（因为油罐的形状在横向倾斜时没有发生变化，只是油位探针的位置发生了偏转。）所以还是首先考虑产生纵向倾角时的变化。然后我们考虑该问题的逆问题，也就是根据测试的数据（油罐内液体的体积和高度）得出偏离程度。

1.4 符号说明与名词解释

a : 第一题中椭圆长半轴（ $a = 0.89m$ ）

b : 第一题中椭圆短半轴（ $b = 0.6m$ ）

α : 第一题中油罐的纵向倾斜度（ $\alpha = 4.1^\circ$ ），第二题中的纵向倾角

β : 第二题中的横向倾角

l : 第一题中油罐的长度（ $l = 2.45m$ ），第二题中圆柱的长度（ $l = 8m$ ）

h : 油浮子的高度

p : 第一题中油标距离左侧的距离（ $p = 0.4m$ ）

q :第二题中球冠的横向长度 ($q=1m$)

R :第二题中的球冠对应的球半径 ($R=\frac{13}{8}m$)

r :第二题中球冠半径 ($r=\frac{3}{2}m$)

u :第二题中油标距离左侧圆冠的距离 ($u=2m$)

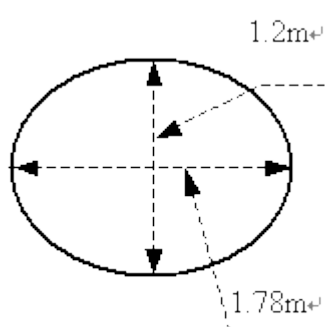
V_h :油罐内的液体体积

祖暅原理：夹在两个平行平面间的两个几何体，被平行于这两个平行平面的任何平面所截，如果截得两个截面的面积总相等，那么这两个几何体的体积相等。

2 基于积分的模型

2.1 关于问题一不偏转时的积分模型

在不考虑油位探针、出油管 and 注油口体积的情况下：当罐体不发生倾斜时，以椭圆面为截面，利用祖暅原理进行积分。当油面高度 $h < 0.6m$ 时，罐体内油的体积为



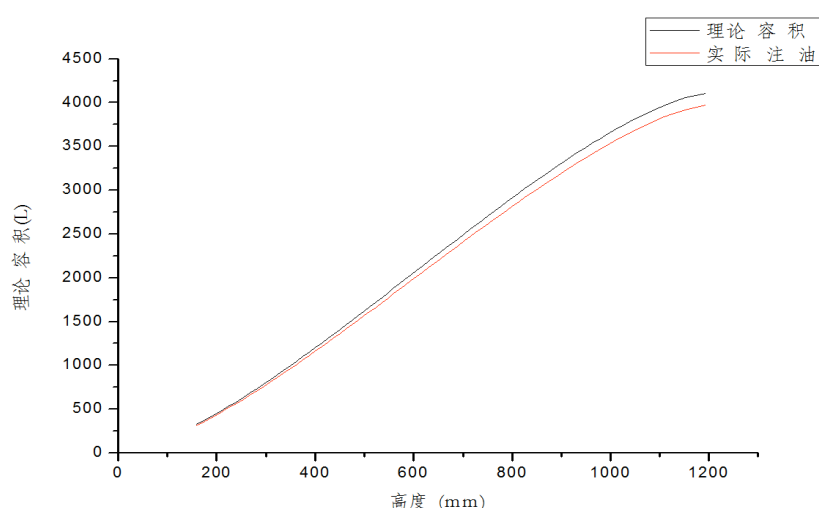
$$V_h = l * \int_0^h 2a \sqrt{1 - \frac{(b-t)^2}{b^2}} dt, \quad \text{即}$$

$$V_h = 2.45 * \int_0^h 1.78 \sqrt{1 - \frac{(0.6-t)^2}{0.6^2}} dt \quad (\text{单位: } m^3); \text{ 当油面高度 } 0.6m \leq h < 1.2m \text{ 时, 罐体内油的体积为}$$

$$V_h = l * (\int_0^{0.6} 2a \sqrt{1 - \frac{(b-t)^2}{b^2}} dt + \int_{0.6}^h 2a \sqrt{1 - \frac{t^2}{b^2}} dt) \quad , \quad \text{即}$$

$$V_h = 2.45 * (\int_0^{0.6} 1.78 \sqrt{1 - \frac{(0.6-t)^2}{0.6^2}} dt + \int_{0.6}^{h-0.6} 1.78 \sqrt{1 - \frac{t^2}{0.6^2}} dt) \quad (\text{单位: } m^3)。$$

下图显示的是利用软件得出的积分模型的结果（具体结果见附录 3）



2.2 实验数据对于上述积分模型的修正

在对比了理论数据与实际实验结果之后，我们发现（见上图和附录）理论容积与实际注油的结果有一个差值，其大小几乎是随着高度的增加而正比例变化的。于是我们根

据实验结果添加了一项与高度正比例相关的量，来修正误差。

这样的修正方法，首先是基于实验与理论值的基础上，其次是考虑到我们一开始忽略了油位探针、出油管和注油口的体积，鉴于这些管道是柱状物体，所以随着油量的增加，理论容积与实际注油的差值正比于高度是有道理的，这相当于这些管道的截面积之和。根据以上理论，我们通过下面两组数据（最初与最终的状态）计算出的这个常数值：

高度 (mm)	理论容积 (L)	实际注油 (L)	实际和计算差 (L)
159.02	322.88	312	10.88
1193.49	4107.36	3968.91	138.45

$$\text{改进系数 } \lambda = \frac{138.45 - 10.88}{1193.49 - 159.02} = 0.1233(L/mm)。$$

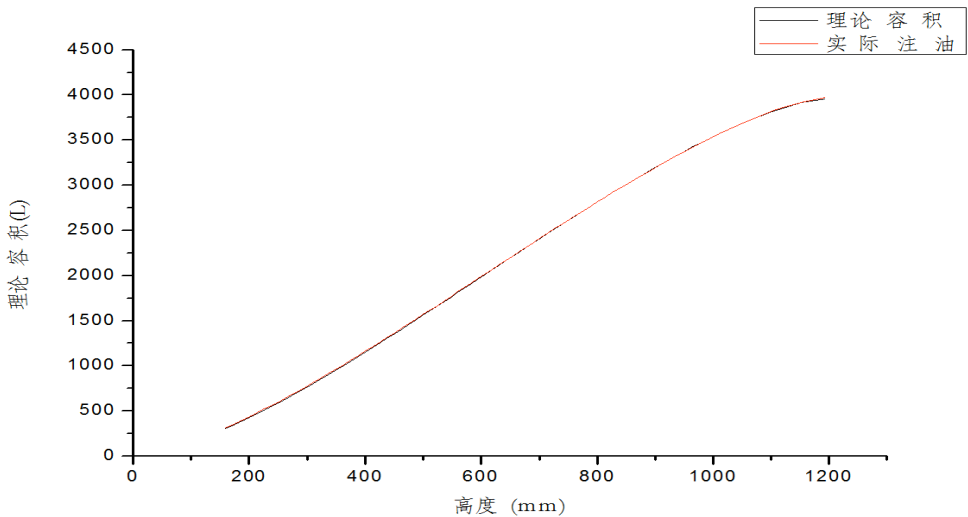
于是，改进后的不偏转时的积分模型是：

$$V_h = \begin{cases} l * \int_0^h 2a \sqrt{1 - \frac{(b-t)^2}{b^2}} dt - \lambda h, 0 \leq h < 0.6m \\ l * (\int_0^b 2a \sqrt{1 - \frac{(b-t)^2}{b^2}} dt + \int_0^{h-b} 2a \sqrt{1 - \frac{t^2}{b^2}} dt) - \lambda h, 0.6m \leq h \leq 1.2m \end{cases},$$

即 $V_h = \begin{cases} 2.45 * \int_0^h 1.78 \sqrt{1 - \frac{(0.6-t)^2}{0.6^2}} dt - 0.1233h, 0 \leq h < 0.6m \\ 2.45 * (\int_0^{0.6} 1.78 \sqrt{1 - \frac{(0.6-t)^2}{0.6^2}} dt + \int_0^{h-0.6} 1.78 \sqrt{1 - \frac{t^2}{0.6^2}} dt) - 0.1233h, 0.6m \leq h \leq 1.2m \end{cases}$

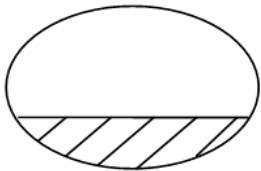
(V_h 单位: L)

下图显示的是利用软件得出的积分模型的结果（具体结果见附录 3）



2.3 偏转后的积分模型

若不考虑油位探针、出油管和注油口体积的所造成的偏差，首先用同 2.1 中的方法计算如右图所示的椭圆弓形面积。得到面积(S)与弓形高(y)的函数关系：



$$S(y) = \int_0^y 2a \sqrt{1 - \frac{(b-t)^2}{b^2}} dt$$

同样，利用祖暅原理进行积分。

- a) 当油的液面高度低于油桶右侧下沿时，我们得到油体积（ V_h ）与探针读出的液面高度（ h ）之间的函数关系：

$$V_h = \int_0^{h \cot \alpha + p} S((h \cot \alpha + p - x) \tan \alpha) dx$$

（其中 p 为探针距油桶左面的距离 $p=0.4m$ 。）

即

$$V_h = \int_0^{h \cot \alpha + p} \int_0^{(h \cot \alpha + p - x) \tan \alpha} 2a \sqrt{1 - \frac{(b-t)^2}{b^2}} dt dx$$

也即

$$V_h = \int_0^{h \cot 4.1^\circ + 0.4} \int_0^{(h \cot 4.1^\circ + 0.4 - x) \tan 4.1^\circ} 2 * 0.6 \sqrt{1 - \frac{(0.89 - t)^2}{0.89^2}} dt dx$$

- b) 当油的液面高度高于油桶右侧下沿时利用 a) 中的结果很容易得出油体积（ V_h ）与探针读出的液面高度（ h ）之间的另一段函数关系：

$$V_h = \int_0^{h \cot \alpha + p} \int_0^{(h \cot \alpha + p - x) \tan \alpha} 2a \sqrt{1 - \frac{(b-t)^2}{b^2}} dt dx - \int_0^{h \cot \alpha + p - l} \int_0^{(h \cot \alpha + p - l - x) \tan \alpha} 2a \sqrt{1 - \frac{(b-t)^2}{b^2}} dt dx$$

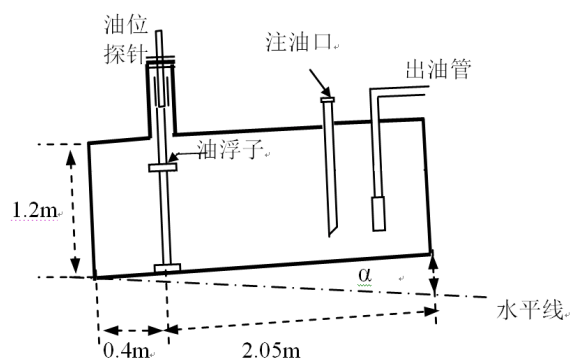
即

$$V_h = \int_0^{h \cot 4.1^\circ + 0.4} \int_0^{(h \cot 4.1^\circ + 0.4 - x) \tan 4.1^\circ} 2 * 0.6 \sqrt{1 - \frac{(0.89 - t)^2}{0.89^2}} dt dx - \int_0^{h \cot 4.1^\circ + 0.4 - 2.45} \int_0^{(h \cot 4.1^\circ + 0.4 - 2.45 - x) \tan 4.1^\circ} 2 * 0.6 \sqrt{1 - \frac{(0.89 - t)^2}{0.89^2}} dt dx$$

因此，我们得到了油体积（ V_h ）与探针读出的液面高度（ h ）之间的分段函数。

最后，减去油位探针、出油管和注油口体积的所造成的偏差 $\lambda * h / \cos \alpha$ ，得到最终所求函数：

$$V_h = \int_0^{h \cot \alpha + p} \int_0^{(h \cot \alpha + p - x) \tan \alpha} 2a \sqrt{1 - \frac{(b-t)^2}{b^2}} dt dx - \frac{\lambda * h}{\cos \alpha} \quad (h < 0.1469m)$$



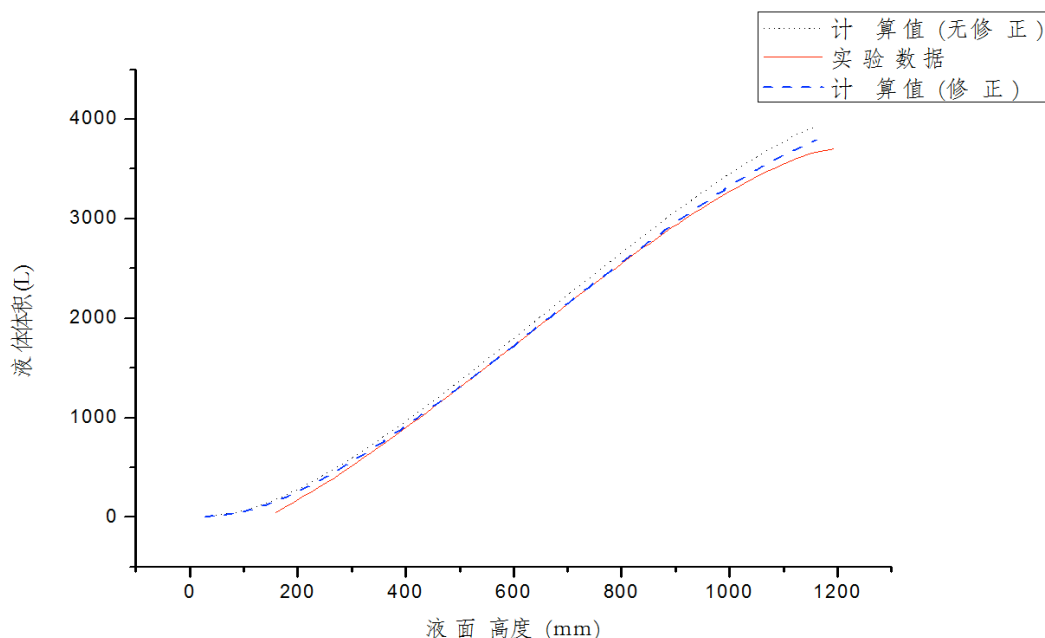
$$V_h =$$

$$\int_0^{h \cdot \cot \alpha + p} \int_0^{(h \cdot \cot \alpha + p - x) \cdot \tan \alpha} 2a \sqrt{1 - \frac{(b-t)^2}{b^2}} dt dx -$$

$$\int_0^{h \cdot \cot \alpha + p - l} \int_0^{(h \cdot \cot \alpha + p - l - x) \cdot \tan \alpha} 2a \sqrt{1 - \frac{(b-t)^2}{b^2}} dt dx - \frac{\lambda \cdot h}{\cos \alpha}$$

$$(h \geq 0.1469m)$$

下面我们通过数学软件计算了桶内油体积与测得液面高度的数值，制作表格（表格见附录）并绘制如下曲线：



我们看到，此时的理论与实验值已经具有相当好的一致性（有关该图线的讨论见 5.1）。

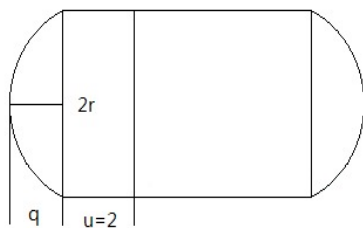
可以同过该模型对偏转后的油桶进行标度，同样利用数学软件绘制用于标度的表格如下：

高度 (mm)	液体体 积 (l)	高度 (mm)	液体体 积 (l)	高度 (mm)	液体体 积 (l)
0	1.67435	390	878.518	780	2480.232
10	2.29804	400	916.221	790	2521.476
20	3.79751	410	954.274	800	2562.54
30	6.26676	420	992.668	810	2603.434
40	9.8123	430	1031.382	820	2644.138
50	14.5108	440	1070.406	830	2684.632
60	20.4382	450	1109.72	840	2724.916
70	27.6643	460	1149.304	850	2764.96
80	36.2544	470	1189.138	860	2804.764

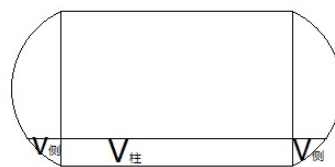
90	46.2695	480	1229.232	870	2844.298
100	57.767	490	1269.546	880	2883.562
110	70.8008	500	1310.08	890	2922.526
120	85.422	510	1350.814	900	2961.19
130	101.68	520	1391.748	910	2999.524
140	119.619	530	1432.842	920	3037.518
150	139.285	540	1474.106	930	3075.162
160	160.718	550	1515.52	940	3112.426
170	183.959	560	1557.064	950	3149.3
180	209.046	570	1598.738	960	3185.764
190	231.401	580	1640.522	970	3221.798
200	257.138	590	1682.396	980	3257.382
210	283.805	600	1724.36	990	3292.496
220	311.347	610	1766.404	1000	3327.12
230	339.715	620	1808.498	1010	3361.224
240	368.864	630	1850.642	1020	3394.798
250	398.757	640	1892.826	1030	3427.802
260	429.355	650	1935.03	1040	3460.226
270	460.625	660	1977.244	1050	3492.03
280	492.536	670	2019.468	1060	3523.184
290	525.058	680	2061.662	1070	3553.658
300	558.165	690	2103.846	1080	3583.432
310	591.83	700	2145.98	1090	3612.446
320	626.029	710	2188.064	1100	3640.68
330	660.738	720	2230.098	1110	3668.074
340	695.934	730	2272.042	1120	3694.578
350	731.598	740	2313.906	1130	3720.152
360	767.707	750	2355.67	1140	3744.716
370	804.243	760	2397.324	1150	3768.19
380	841.186	770	2438.848	1160	3790.484

3 标准油罐中的积分模型

3.1 不偏转时的积分模型



首先我们计算出球冠的半径为 $R = \frac{13}{8}$ 。我们将次的利用祖暅原理进行计算：不偏转时，在忽略油针、出油管 and 注油口体积的情况下：考虑到中间圆的



再一位探柱形

$$V_{\text{柱}} = l(r^2 \arccos(\frac{r-h}{r})) - r(r-h)\sqrt{1 - \frac{(r-h)^2}{r^2}} \quad (\text{体$$

积为

弓形的面积乘以圆柱体的长度)。

再计算两侧球冠中的液体体积：

$$V_{\text{侧}} = 2 \int_0^h ((R^2 - (r-t)^2) \arccos \frac{R-q}{\sqrt{R^2 - (r-t)^2}} - \sqrt{R^2 - (r-t)^2} (R-q) \sqrt{1 - \frac{(R-q)^2}{R^2 - (r-t)^2}}) dt \text{ 于是}$$

我们得到油的体积 V_h 与所测油高 h 的关系：

$$V_h = V_{\text{柱}} + V_{\text{侧}} = l(r^2 \arccos(\frac{r-h}{r})) - r(r-h)\sqrt{1 - \frac{(r-h)^2}{R^2}}$$

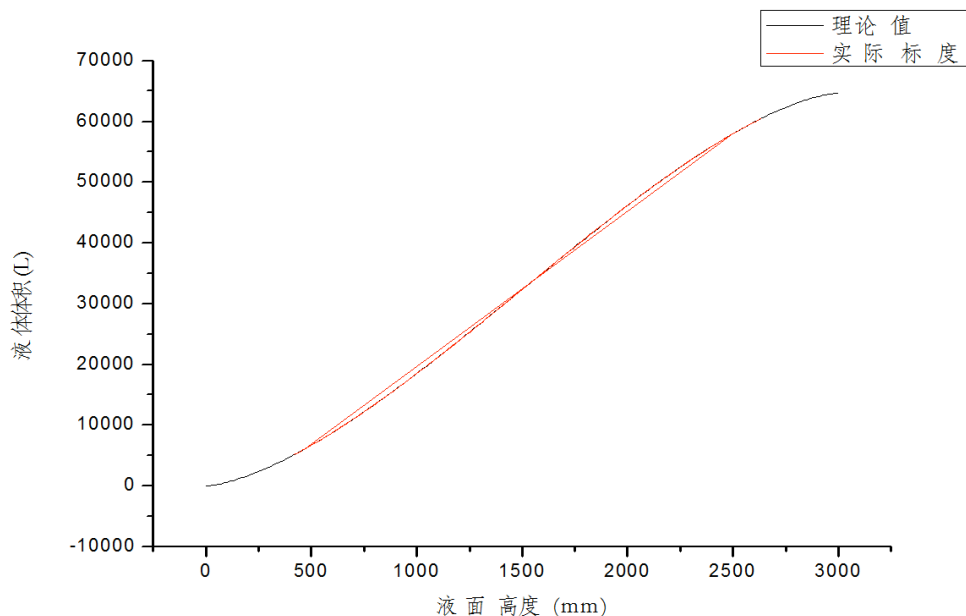
$$+ 2 \int_0^h ((R^2 - (r-t)^2) \arccos \frac{R-q}{\sqrt{R^2 - (r-t)^2}} - \sqrt{R^2 - (r-t)^2} (R-q) \sqrt{1 - \frac{(R-q)^2}{R^2 - (r-t)^2}}) dt$$

即

$$V_h = 8((\frac{3}{2})^2 \arccos(\frac{\frac{3}{2}-h}{\frac{3}{2}})) - \frac{3}{2}(\frac{3}{2}-h)\sqrt{1 - \frac{(\frac{3}{2}-h)^2}{(\frac{3}{2})^2}}$$

$$+ 2 \int_0^h (((\frac{13}{8})^2 - (\frac{3}{2}-t)^2) \arccos \frac{\frac{13}{8}-1}{\sqrt{(\frac{13}{8})^2 - (\frac{3}{2}-t)^2}} - \sqrt{(\frac{13}{8})^2 - (\frac{3}{2}-t)^2} (\frac{13}{8}-1) \sqrt{1 - \frac{(\frac{13}{8}-1)^2}{(\frac{13}{8})^2 - (\frac{3}{2}-t)^2}}) dt$$

下图显示的是利用软件得出的积分模型的结果（具体结果见附录 4）

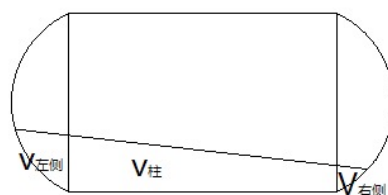


解释：实际标度值是 2 根线，因为题设中先加了一次油，再不断的出油，又加了一次油，再不断的出油。我们的理论值和其中的一根实际标度值已经完全重合。

3.2 偏转后的积分模型

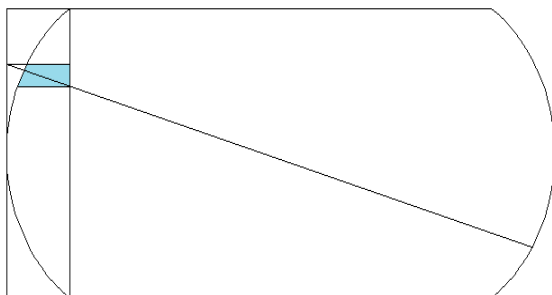
由于偏转后的积分模型比较复杂，我们采取了近似模拟的方式进行计算。首先我们考虑到横向偏转 β 对于模型的影响仅仅是一个比例系数的关系（在 3.25 节内讨论），于是我们先考察 $\beta = 0$ ，仅仅存在纵向偏转 α 的情况。下面是详细的模型讨论：

首先，我们依然将容器内的液体分成 3 分，称其为 $V_{\text{左侧}}$ 、 $V_{\text{柱}}$ 、 $V_{\text{右侧}}$



3.21 当 $\frac{h}{\tan \alpha} \geq 7$ 时：

此时 $V_{\text{左侧}}$ 、 $V_{\text{柱}}$ 、 $V_{\text{右侧}}$ 将会都存在，中间部分的柱体我们依然采用祖暅原理进行精确计算，而左侧圆冠内的体积，我们近似地认为是阴影一部分的一半，同理右侧部分也这么处理。这样一来左侧的模型值将会大于实际值，右侧的模型值将会小于实际值，误差都相对比较小，正负相消最后的模型值将会比较精确。

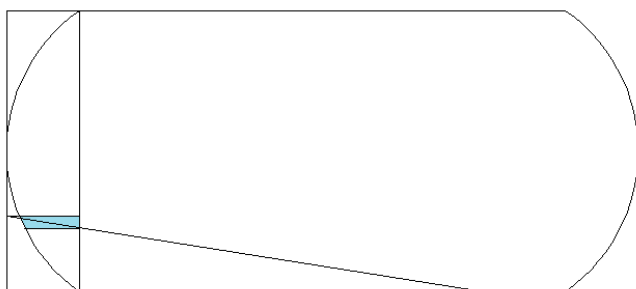


$$\begin{aligned}
V_{\text{柱}} &= \int_0^{(h-x \tan \alpha)} r^2 \arccos\left(\frac{r-(h-x \tan \alpha)}{r}\right) - r(r-(h-x \tan \alpha)) \sqrt{1 - \frac{(r-(h-x \tan \alpha))^2}{r^2}} \\
&\quad - \int_0^{(h-x \tan \alpha - l)} r^2 \arccos\left(\frac{r-(h-x \tan \alpha)}{r}\right) - r(r-(h-x \tan \alpha)) \sqrt{1 - \frac{(r-(h-x \tan \alpha))^2}{r^2}} \\
V_{\text{左侧}} &= \frac{1}{2} \left(\int_0^{h+(u+q) \tan \alpha} ((R^2 - (r-t)^2) \arccos \frac{R-q}{\sqrt{R^2 - (r-t)^2}} - \sqrt{R^2 - (r-t)^2} (R-q) \sqrt{1 - \frac{(R-q)^2}{R^2 - (r-t)^2}}) dt \right) \\
&\quad + \frac{1}{2} \left(\int_0^{h+u \tan \alpha} ((R^2 - (r-t)^2) \arccos \frac{R-q}{\sqrt{R^2 - (r-t)^2}} - \sqrt{R^2 - (r-t)^2} (R-q) \sqrt{1 - \frac{(R-q)^2}{R^2 - (r-t)^2}}) dt \right) \\
V_{\text{右侧}} &= \frac{1}{2} \left(\int_0^{h+(u-l) \tan \alpha} ((R^2 - (r-t)^2) \arccos \frac{R-q}{\sqrt{R^2 - (r-t)^2}} - \sqrt{R^2 - (r-t)^2} (R-q) \sqrt{1 - \frac{(R-q)^2}{R^2 - (r-t)^2}}) dt \right) \\
&\quad + \frac{1}{2} \left(\int_0^{h+(u-l-q) \tan \alpha} ((R^2 - (r-t)^2) \arccos \frac{R-q}{\sqrt{R^2 - (r-t)^2}} - \sqrt{R^2 - (r-t)^2} (R-q) \sqrt{1 - \frac{(R-q)^2}{R^2 - (r-t)^2}}) dt \right)
\end{aligned}$$

于是 $V_h = V_{\text{柱}} + V_{\text{左侧}} + V_{\text{右侧}}$

(符号的数值见 1.4 节)

3.22 当 $\frac{h}{\tan \alpha} < 6$ 时:



此时只存在 $V_{\text{左侧}}$ 、 $V_{\text{柱}}$ ， $V_{\text{右侧}}$ 由于罐体内的油比较少而等于 0，按照 3.21 节同样的方法计算出 $V_{\text{左侧}}$ ：

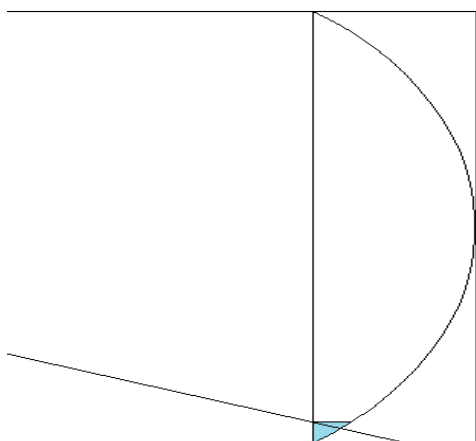
$$\begin{aligned}
V_{\text{左侧}} &= \frac{1}{2} \left(\int_0^{h+(u+q) \tan \alpha} ((R^2 - (r-t)^2) \arccos \frac{R-q}{\sqrt{R^2 - (r-t)^2}} - \sqrt{R^2 - (r-t)^2} (R-q) \sqrt{1 - \frac{(R-q)^2}{R^2 - (r-t)^2}}) dt \right) \\
&\quad + \frac{1}{2} \left(\int_0^{h+u \tan \alpha} ((R^2 - (r-t)^2) \arccos \frac{R-q}{\sqrt{R^2 - (r-t)^2}} - \sqrt{R^2 - (r-t)^2} (R-q) \sqrt{1 - \frac{(R-q)^2}{R^2 - (r-t)^2}}) dt \right) \text{ 而}
\end{aligned}$$

对于 $V_{\text{柱}}$ 的体积，由于油线没有触及到右侧的罐体，所以它的计算方法和 3.21 节略有不同：

$$V_{\text{柱}} = \int_0^{(h-x \tan \alpha)} r^2 \arccos\left(\frac{r-(h-x \tan \alpha)}{r}\right) - r(r-(h-x \tan \alpha)) \sqrt{1 - \frac{(r-(h-x \tan \alpha))^2}{r^2}}$$

于是 $V_h = V_{\text{柱}} + V_{\text{左侧}}$

(符号的数值见 1.4 节)



3.23 当 $6 \leq \frac{h}{\tan \alpha} < 7$ 时:

此时在 3.21 节的方法失效, 因为没有产生出一块曲边梯形, 而是一块曲边三角形, 我们直接将曲边三角形的一半近似为右侧圆冠内的体积(这样做的误差比 3.21 节的近似大):

$$V_{\text{柱}} = \int_0^{(h-x \tan \alpha)} r^2 \arccos\left(\frac{r-(h-x \tan \alpha)}{r}\right) - r(r-(h-x \tan \alpha)) \sqrt{1 - \frac{(r-(h-x \tan \alpha))^2}{r^2}} \\ - \int_0^{(h-x \tan \alpha-l)} r^2 \arccos\left(\frac{r-(h-x \tan \alpha)}{r}\right) - r(r-(h-x \tan \alpha)) \sqrt{1 - \frac{(r-(h-x \tan \alpha))^2}{r^2}} \\ + \frac{1}{2} \left(\int_0^{h+(u+q) \tan \alpha} ((R^2 - (r-t)^2) \arccos \frac{R-q}{\sqrt{R^2 - (r-t)^2}} - \sqrt{R^2 - (r-t)^2} (R-q) \sqrt{1 - \frac{(R-q)^2}{R^2 - (r-t)^2}}) dt \right) \\ + \frac{1}{2} \left(\int_0^{h+u \tan \alpha} ((R^2 - (r-t)^2) \arccos \frac{R-q}{\sqrt{R^2 - (r-t)^2}} - \sqrt{R^2 - (r-t)^2} (R-q) \sqrt{1 - \frac{(R-q)^2}{R^2 - (r-t)^2}}) dt \right) \text{ 不}$$

同的是 $V_{\text{右侧}}$ 的计算 (利用祖暅原理积分时, 近似认为是曲边三角形的一半):

$$V_{\text{右侧}} = \frac{1}{2} \left(\int_0^{h+(u-l) \tan \alpha} ((R^2 - (r-t)^2) \arccos \frac{R-q}{\sqrt{R^2 - (r-t)^2}} - \sqrt{R^2 - (r-t)^2} (R-q) \sqrt{1 - \frac{(R-q)^2}{R^2 - (r-t)^2}}) dt \right)$$

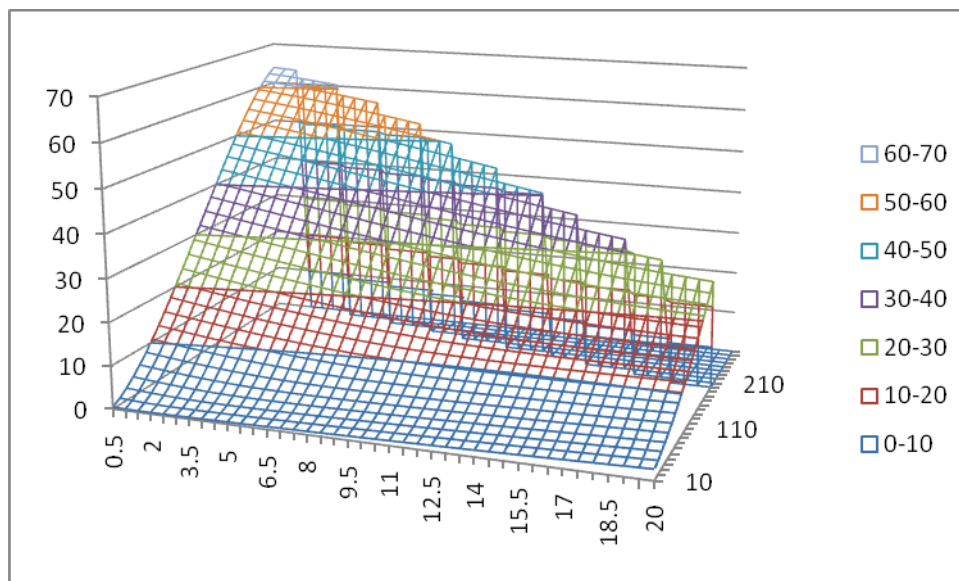
于是 $V_h = V_{\text{柱}} + V_{\text{左侧}} + V_{\text{右侧}}$

(符号的数值见 1.4 节)

3.24 模型的求解

我们采用了 mathematica 软件对以上模型求解, 显然得到一个符号解是非常困难的, 于是我们使用了打表的方式 (具体结果见附录 5)。我们对于 α 每隔 0.5 度, h 每隔 10cm 得到了模型的数值解。

下面给出根据 mathematica 软件得出的数值解 (附录 5) 做成的三维直观示意图 (横轴为 α 角, 单位是度; 纸面向里方向为自变量 h , 单位是 cm; 竖轴是液体体积 V_h , 单位是 m^3)

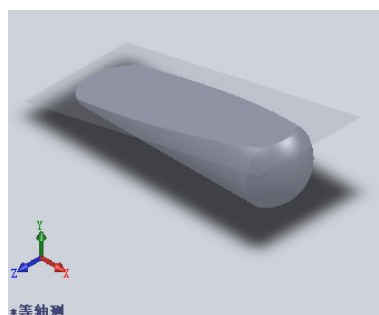


3.25 横向偏转 β 对于高度 h 以及 V_h 的关系:

不难发现, 横向偏转对于液体在容器内的形状没有任何改变, 只是油标与垂直面产生了 β 的夹角, 于是只需将 3.21~3.23 节的模型乘以一个比例系数 $\frac{1}{\cos \beta}$ 即可, 即对于

纵向偏转 α , 横向偏转 β 的情况, 只需在纵向偏转 α 求出的 V_h 解的基础上乘以系数 $\frac{1}{\cos \beta}$ 即可, 即: $\frac{V_h}{\cos \beta}$ 为此时的解。

4 应用 SolidWorks 解决题设中的标度问题:



对于题设中给出的第二组数据, 我们利用 SolidWorks 建立立体模型并切割后计算的体积 (即储油罐储油量), 假设 β 角为 0 度, 改变切割面高度 (即显示油高) 和切割角度 (即角度 α), 得到角度 α , 油高 h , 油量 V 的关系表, 见本节的下文。

根据所得关系, 对每一固定 α 角时的数据进行处理, 利用 $y = \frac{A_1 - A_2}{1 + e^{(x-x_0)/dx}} + A_2$, Boltzmann 函数进行拟合, 拟合所得系数中 x_0 , dx 均与所取初始油量无关, 故不妨设采集数据中开始时的油量为 62000L, 同样可将采集数据拟合为 Boltzmann 函数

采集数据拟合	Equation	$y = A_2 + (A_1 - A_2) / (1 + \exp((x - x_0) / dx))$
--------	----------	--

Adj. R-Square	1
---------------	---

Value	
-------	--

Standard Error	
----------------	--

B	A1	-13275.45592	73.26217
B	A2	84018.96097	78.32125
B	x0	15.75621	0.00618
B	dx	8.59147	0.0152

又 x_0/dx 与 x 所乘系数无关, 即和角度 β 无关。同时, 观察所得关系表的拟合系数发现, x_0/dx 在 α 角度较小时与角度 α 成线性关系, $x_0/dx=1.818+0.004\alpha/0.72$, 由上公式可得 $\alpha=2.87^\circ$

观察 x_0 可发现其与 x 所乘系数成正比, 即与 $\cos\beta$ 成正比, 同时也与 α 存在线性关系, 即 $x_0=15+0.03\alpha/0.72=15.120$, 可得 $\cos\beta=15.120/15.75621=0.9596$, $\beta=16.34^\circ$

计算数据拟合

纵向角度 α

0

Equation		$y = A2 + (A1-A2)/(1 + \exp((x-x_0)/dx))$	
Adj. R-Square		0.99999	
		Value	Standard Error
B	A1	-14910.17563	366.87649
B	A2	79574.31823	366.8743
B	x0	14.99997	0.03631
B	dx	8.25141	0.07598

0.716159945

Equation		$y = A2 + (A1-A2)/(1 + \exp((x-x_0)/dx))$	
Adj. R-Square		0.99999	
		Value	Standard Error
B	A1	-14895.65358	365.19599
B	A2	79585.79906	369.279
B	x0	15.02996	0.03636
B	dx	8.25114	0.07605

1.432096184

Equation		$y = A2 + (A1-A2)/(1 + \exp((x-x_0)/dx))$	
Adj. R-Square		0.99999	
		Value	Standard Error
B	A1	-14878.3178	364.24651
B	A2	79594.11394	372.43371
B	x0	15.05988	0.03649
B	dx	8.25035	0.07628

2.147585428

Equation	$y = A2 + (A1-A2)/(1 + \exp((x-x0)/dx))$		
Adj. R-Square	0.99999		
		Value	Standard Error
B	A1	-14858.54125	364.05818
B	A2	79599.12378	376.38553
B	x0	15.08959	0.03672
B	dx	8.24906	0.07667

2.862405226

Equation	$y = A2 + (A1-A2)/(1 + \exp((x-x0)/dx))$		
Adj. R-Square	0.99999		
		Value	Standard Error
B	A1	-14836.17572	364.6543
B	A2	79600.76478	381.18722
B	x0	15.11913	0.03705
B	dx	8.24724	0.07722

3.576334375

Equation	$y = A2 + (A1-A2)/(1 + \exp((x-x0)/dx))$		
Adj. R-Square	0.99999		
		Value	Standard Error
B	A1	-14810.95535	366.05109
B	A2	79599.09989	386.89005
B	x0	15.14857	0.03749
B	dx	8.24488	0.07795

4.289153329

Equation	$y = A2 + (A1-A2)/(1 + \exp((x-x0)/dx))$		
Adj. R-Square	0.99999		
		Value	Standard Error
B	A1	-14780.25911	367.29997
B	A2	79597.0056	392.61266
B	x0	15.17921	0.03794
B	dx	8.24199	0.07867

以下是在 $\alpha = 2.87^\circ$, $\beta = 16.34^\circ$ 的情况下, 我们给出的 V_h 与 h 的关系:

高度 h (单位: cm)	容积 V_h (单位: m^3)	高度 h (单位: cm)	容积 V_h (单位: m^3)
10	0.38514	150	30.87586

20	1.03204	160	33.8174
30	2.07763	170	36.75904
40	3.5158	180	39.68458
50	5.2412	190	42.57757
60	7.20032	200	45.42171
70	9.3568	210	48.19974
80	11.68184	220	50.89406
90	14.15092	230	53.48608
100	16.74241	240	55.95589
110	19.43621	250	58.28176
120	22.21392	260	60.43929
130	25.05764	270	62.39951
140	27.95054	280	64.12623

更一般的数据在附录 6 中。

5 模型的讨论

5.1 积分模型的优缺点

在第一题中，我们一开始采用了纯积分的办法进行了数学建模，经过数据的比较发现和实际的数据产生偏差，后来发现了问题所在，是因为我们忽略了油位探针、出油管和注油口体积。于是我们通过与给定的实验数据进行对比，计算出这些管道的截面积。原始的积分模型非常精确，完全从理论上计算出油标与体积间的关系，但是忽略了测量手段对于油罐的影响，从而产生了测试误差，误差随着高度的增大而越来越大，最后影响到了积分分析方法的准确性。

在改进后的模型中，充分考虑到了测量手段的影响，采取增加正比例的常数办法，如图所示，比原始的积分模型有了很大程度的改进。尤其是在数据的中间部分，理论值与实际值高度的拟合，充分显示了模型的准确性。但是可以看到，改进后的模型在高度很小或者很大（即接近空油或满油）的时候有一定的偏差。我们考虑到，油罐在使用了一段时间后，由于罐体偏差产生的不对称因素，在油罐的底部与顶部，以及进油口、出油口的附近会产生积碳、油垢，对于改进模型才产生了一定程度的偏差。但是每个油罐的使用时间和保养的程度是不一样的，油垢的厚度也是不一样的，所以无法通过一个确定的模型确定每一个油罐的积碳、油垢堆积的程度。这也是模型的缺点之一。

我们可以看到在接近空油和满油的时候，改进后模型的理论值总是大于实际值，也就是说在同一高度的情况下，实际的油总是比理论的少了（这是油垢堆积的原因）。如果做出的实际值比理论值小，就要考虑使用过程中油罐是否发生磨损以及碰撞导致壁变薄（这是最好请人检修，防止漏油的发生）。

在第二问中，为了求解的方便，我们建立了近似模拟的数学模型，将曲边梯形的一半作为截面的面积，左右两侧有截长补短、误差相消的作用；在 3.23 节的讨论过程中，那种近似方法会产生一定的误差。但最后产生的是一张关于 α 与 h 的大表，所以这种误差依然是可以接受的。正是由于近似模型的便捷性，求解就变得很方便。

5.2 积分模型的推广

积分模型采用的是祖暅原理进行的计算，对于形状规则、可积的油罐，依然可以采取上述的模型思想进行计算。我们假设每一个垂直于油罐长的截面中含油的面积为 S_l （和测出的油高 h 有关），油覆盖的范围（在长度方向上）是从 a 到 b ，最后的油的体积依然可以确定为 $V_h = \int_a^b S_l dl$ 。积分模型具有可推广性。

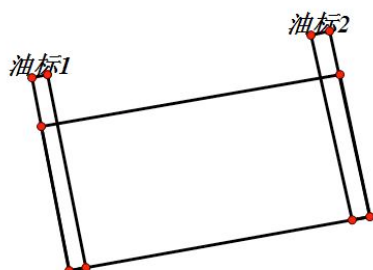
对于不同的油罐，为了消除油罐中油垢对于模型准确性的影响，可以利用几次试验数据计算出不同高度 h 处对应的改进系数 λ_h ，彻底地做出适应于该油罐的模型。

5.3 SolidWorks 的优缺点

我们采用了专业软件 SolidWorks 来模拟图形的体积状态，最后得出了在实验数据状态下，罐体的偏移状态。由于这种软件比较专用，所以它的准确性可以得到保证，作出的图形也非常优美。一旦油罐的形状发生了改变，这种软件依然可以提供精确的计算。

与此同时，我们也看到，SolidWorks 软件操作比较麻烦，使用相当的麻烦也不易学习，尤其是处理批量的图形是会变得比较艰难。这也是应用 SolidWorks 软件的缺点吧。

6 油罐的改进建议



在建模的过程中，我们发现题设中给出的模型有很多不妥当的设计之处。首先油标的设置导致在油量极少（接近空油）时不能正确的给出度数：此时油均在油标的一侧导致读数为 0，这样导致油箱里实际有油但是却显示读数为 0 的情况，这样容易引起安全事故。改进的办法使每个油罐设置 2 个油标检测，2 个油标设置在罐体的两侧（如图所示），这样可以防止读数为 0 而实际有油的情况。另一方面，这种设置方式可以直接计算出纵向倾斜角 α ，假设油标 1 与油标 2 的读数为 ξ_1 与 ξ_2 （不妨设 $\xi_1 > \xi_2$ ），油箱的长度为 l ，那么纵向倾斜角 $\alpha = \arctan(\frac{\xi_1 - \xi_2}{l})$ 。

同时，我们建议油箱设立报警装置，当偏离角 $\alpha > \alpha_{\max}$ 或者 $\beta > \beta_{\max}$ 发出报警，阻止新的原油进入油罐，防止倾覆事故的发生。在 4.2 中我们提出对于不同的油罐建立不同的改进系数 λ_h （和油高 h 相关），我们可以根据 λ_h 的变化推断出油垢的积累程度，如果不同的 λ_h 偏差比较大（特别是底部与顶部），说明油垢积累的比较大，需要请人员进行清理。

7 参考文献

- [1] 乐经良，《数学实验》，北京：高等教育出版社，1999 年
- [2] Г.М. 菲赫金哥尔茨，《微积分学教程》，北京：高等教育出版社，2006 年
- [3] 姜启源，《数学模型》，北京：高等教育出版社，2003 年
- [4] Mathematica: <http://wenku.baidu.com/view/a96bfa02de80d4d8d15a4f3e.html>, 2010/9/11
- [5] 裴礼文，《数学分析中的典型问题与方法》，北京：高等教育出版社，2006 年
- [6] 中国计量科学院，卧式金属罐容积检定规程，北京：国家技术监督局，1996 年

附录

2010 高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“全国大学生数学建模竞赛论文格式规范”)

A 题 储油罐的变位识别与罐容表标定

通常加油站都有若干个储存燃油的地下储油罐，并且一般都有与之配套的“油位计量管理系统”，采用流量计和油位计来测量进/出油量与罐内油位高度等数据，通过预先标定的罐容表（即罐内油位高度与储油量的对应关系）进行实时计算，以得到罐内油位高度和储油量的变化情况。

许多储油罐在使用一段时间后，由于地基变形等原因，使罐体的位置会发生纵向倾斜和横向偏转等变化（以下称为变位），从而导致罐容表发生改变。按照有关规定，需要定期对罐容表进行重新标定。图1是一种典型的储油罐尺寸及形状示意图，其主体为圆柱体，两端为球冠体。图2是其罐体纵向倾斜变位的示意图，图3是罐体横向偏转变位的截面示意图。

请你们用数学建模方法研究解决储油罐的变位识别与罐容表标定的问题。

(1) 为了掌握罐体变位后对罐容表的影响，利用如图4的小椭圆型储油罐（两端平头的圆柱体），分别对罐体无变位和倾斜角为 $\alpha=4.1^\circ$ 的纵向变位两种情况做了实验，实验数据如附件1所示。请建立数学模型研究罐体变位后对罐容表的影响，并给出罐体变位后油位高度间隔为1cm的罐容表标定值。

(2) 对于图1所示的实际储油罐，试建立罐体变位后标定罐容表的数学模型，即罐内储油量与油位高度及变位参数（纵向倾斜角度 α 和横向偏转角度 β ）之间的一般关系。请利用罐体变位后在进/出油过程中的实际检测数据（附件2），根据你们所建立的数学模型确定变位参数，并给出罐体变位后油位高度间隔为10cm的罐容表标定值。进一步利用附件2中的实际检测数据来分析检验你们模型的正确性与方法的可靠性。

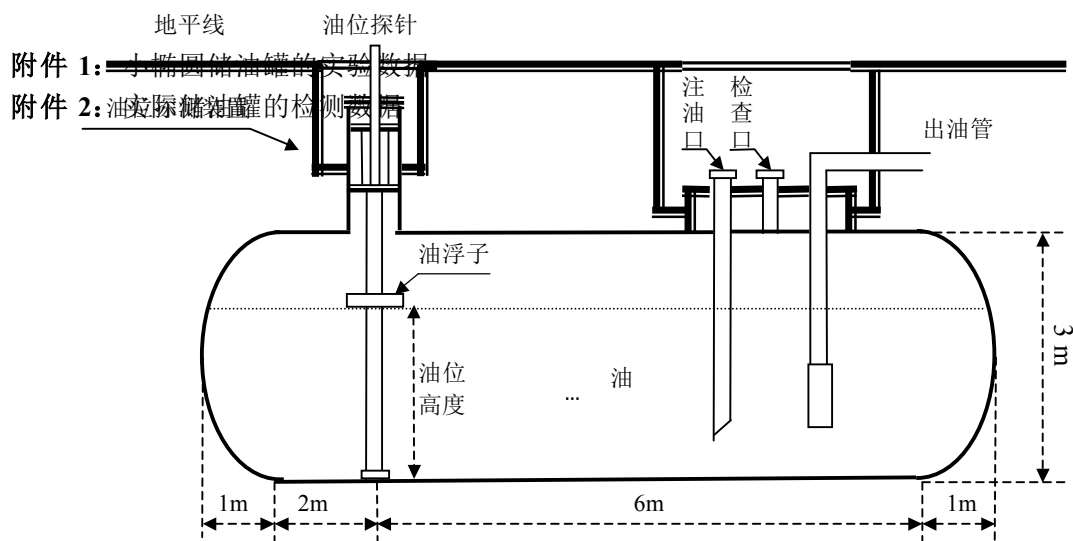


图 1 储油罐正面示意图

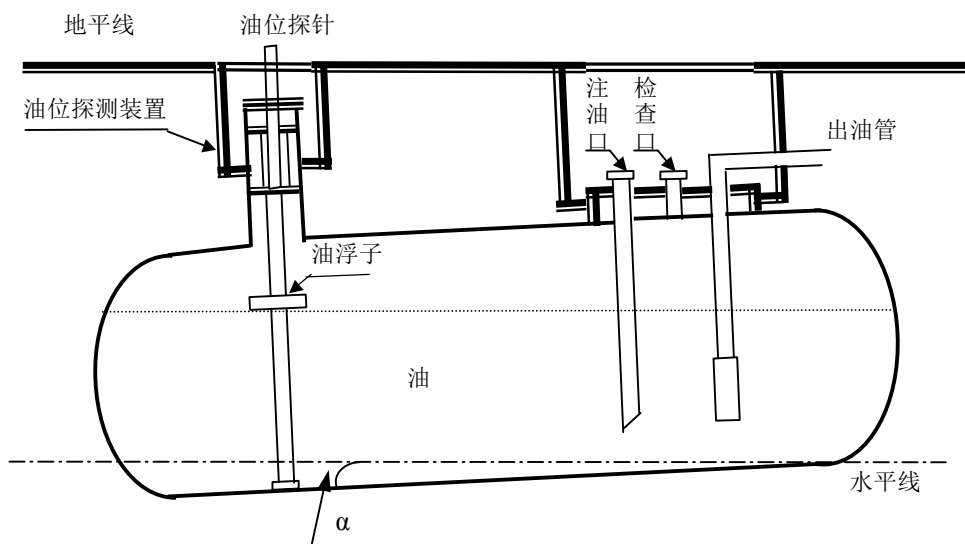
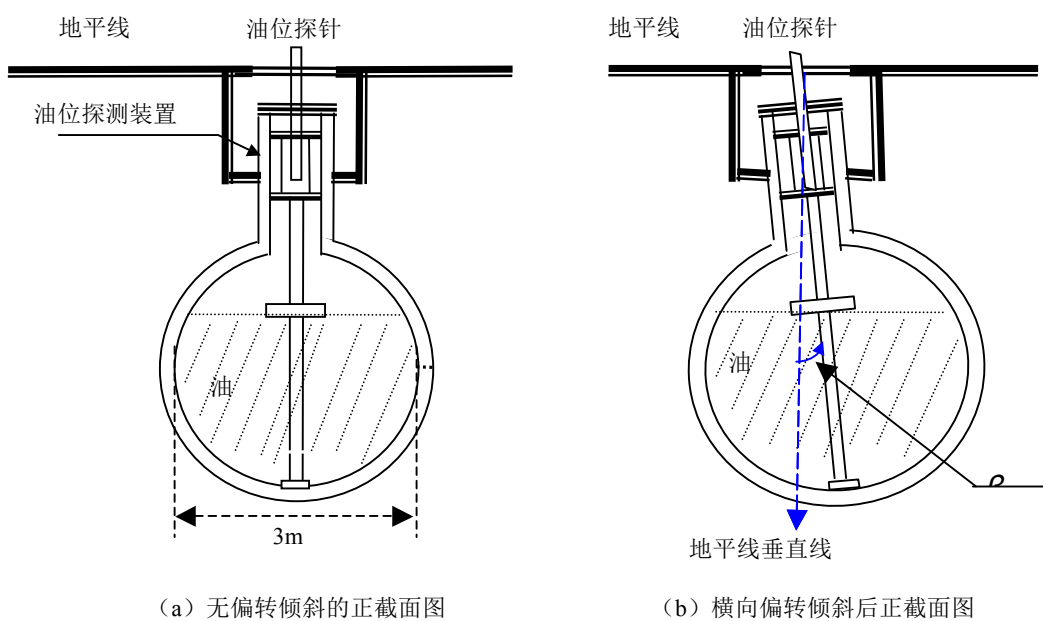


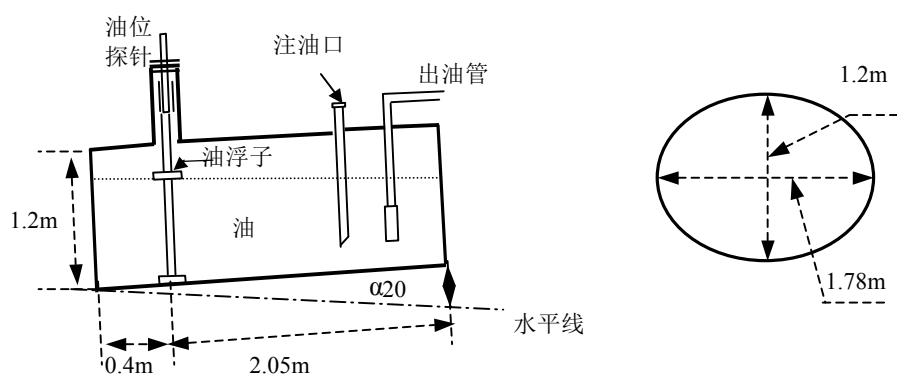
图 2 储油罐纵向倾斜变位后示意图



(a) 无偏转倾斜的正截面图

(b) 横向偏转倾斜后正截面图

图 3 储油罐截面示意图



(b) 小椭圆油罐截面示意图

附录 1 第一问

为了掌握罐体变位后对罐容表的影响，利用如图4的小椭圆型储油罐（两端平头的椭圆柱体），分别对罐体无变位和倾斜角为 $\alpha=4.1^\circ$ 的纵向变位两种情况做了实验，实验数据如附件1所示。请建立数学模型研究罐体变位后对罐容表的影响，并给出罐体变位后油位高度间隔为1cm的罐容表标定值。

附录 2 第二问

对于图 1 所示的实际储油罐，试建立罐体变位后标定罐容表的数学模型，即罐内储油量与油位高度及变位参数（纵向倾斜角度 α 和横向偏转角度 β ）之间的一般关系。请利用罐体变位后在进/出油过程中的实际检测数据（附件 2），根据你们所建立的数学模型确定变位参数，并给出罐体变位后油位高度间隔为10cm 的罐容表标定值。进一步利用附件 2 中的实际检测数据来分析检验你们模型的正确性与方法的可靠性。

附录 3 第一题的最终计算数据 ($\alpha = 4.1^\circ$) :

高度 (mm)	理论容积(L)	实际注油(L)	实际和计算差 (L)	修正后的理论容积 (L)
159.02	322.88	312	10.88	303.2754
176.14	374.63	362	12.63	352.915
192.59	426.36	412	14.36	402.6186
208.50	478.13	462	16.13	452.4237
223.93	529.85	512	17.85	502.2413
238.97	581.61	562	19.61	552.1408
253.66	633.35	612	21.35	602.0758
268.04	685.08	662	23.08	652.0317
282.16	736.85	712	24.85	702.0564
296.03	788.58	762	26.58	752.0772
309.69	840.33	812	28.33	802.1441
323.15	892.06	862	30.06	852.2117
336.44	943.80	912	31.80	902.3193
349.57	995.54	962	33.54	952.4403
362.56	1047.30	1012	35.30	1002.593
375.42	1099.05	1062	37.05	1052.766
388.16	1150.81	1112	38.81	1102.948
400.79	1202.55	1162	40.55	1153.137
413.32	1254.29	1212	42.29	1203.332
425.76	1306.03	1262	44.03	1253.535
438.12	1357.77	1312	45.77	1303.755
450.40	1409.49	1362	47.49	1353.957
462.62	1461.24	1412	49.24	1404.194

474.78	1512.98	1462	50.98	1454.439
486.89	1564.74	1512	52.74	1504.704
498.95	1616.49	1562	54.49	1554.965
510.97	1668.24	1612	56.24	1605.24
522.95	1719.98	1662	57.98	1655.504
534.90	1771.73	1712	59.73	1705.777
546.82	1823.46	1762	61.46	1756.036
558.72	1875.19	1812	63.19	1806.303
570.61	1926.95	1862	64.95	1856.598
582.48	1978.68	1912	66.68	1906.859
594.35	2030.43	1962	68.43	1957.15
606.22	2082.20	2012	70.20	2007.451
618.09	2133.95	2062	71.95	2057.741
629.96	2185.67	2112	73.67	2108
641.85	2237.43	2162	75.43	2158.292
653.75	2289.16	2212	77.16	2208.555
665.67	2340.89	2262	78.89	2258.81
677.63	2392.67	2312	80.67	2309.119
690.53	2448.37	2365.83	82.54	2363.229
702.85	2501.40	2417.06	84.34	2414.734
714.91	2553.11	2467.06	86.05	2464.966
727.03	2604.88	2517.06	87.82	2515.241
739.19	2656.59	2567.06	89.53	2565.449
751.42	2708.34	2617.06	91.28	2615.687
763.70	2760.01	2666.98	93.03	2665.846
764.16	2761.94	2668.83	93.11	2667.719
776.53	2813.66	2718.83	94.83	2717.918
788.99	2865.42	2768.83	96.59	2768.137
801.54	2917.17	2818.83	98.34	2818.339
814.19	2968.92	2868.83	100.09	2868.529
826.95	3020.67	2918.83	101.84	2918.704
839.83	3072.41	2968.83	103.58	2968.86
852.84	3124.14	3018.83	105.31	3018.989
866.00	3175.89	3068.83	107.06	3069.114
879.32	3227.63	3118.83	108.80	3119.214
892.82	3279.38	3168.83	110.55	3169.299
906.53	3331.18	3218.91	112.27	3219.404
920.45	3382.94	3268.91	114.03	3269.446
934.61	3434.67	3318.91	115.76	3319.437
949.05	3486.43	3368.91	117.52	3369.407
963.80	3538.17	3418.91	119.26	3419.331
978.91	3589.92	3468.91	121.01	3469.221
994.43	3641.67	3518.91	122.76	3519.057

1010.43	3693.42	3568.91	124.51	3568.832
1026.99	3745.14	3618.91	126.23	3618.51
1044.25	3796.89	3668.91	127.98	3668.135
1062.37	3848.65	3718.91	129.74	3717.659
1081.59	3900.39	3768.91	131.48	3767.025
1102.33	3952.14	3818.91	133.23	3816.221
1125.32	4003.86	3868.91	134.95	3865.111
1152.36	4055.61	3918.91	136.70	3913.528
1193.49	4107.36	3968.91	138.45	3960.205

附录 4：标准油罐水平状态下高度对应的理论体积

高度 (mm)	理论体 积 (L)	高度 (mm)	理论体 积 (L)	高度 (mm)	理论体 积 (L)
0	0	1000	18487.9	2000	46176.5
10	18.5004	1010	18752.1	2010	46439.9
20	52.395	1020	19017.1	2020	46702.5
30	96.3745	1030	19282.8	2030	46964.3
40	148.552	1040	19549.3	2040	47225.2
50	207.84	1050	19816.5	2050	47485.2
60	273.504	1060	20084.5	2060	47744.4
70	345.004	1070	20353.1	2070	48002.7
80	421.921	1080	20622.4	2080	48260
90	503.918	1090	20892.3	2090	48516.4
100	590.714	1100	21162.9	2100	48771.9
110	682.07	1110	21434.2	2110	49026.3
120	777.78	1120	21706	2120	49279.8
130	877.665	1130	21978.5	2130	49532.3
140	981.564	1140	22251.5	2140	49783.7
150	1089.33	1150	22525.1	2150	50034.1
160	1200.84	1160	22799.2	2160	50283.5
170	1315.98	1170	23073.9	2170	50531.7
180	1434.62	1180	23349.1	2180	50778.9
190	1556.69	1190	23624.8	2190	51024.9
200	1682.07	1200	23900.9	2200	51269.8
210	1810.69	1210	24177.5	2210	51513.5
220	1942.46	1220	24454.6	2220	51756
230	2077.31	1230	24732.1	2230	51997.4
240	2215.16	1240	25010.1	2240	52237.5
250	2355.96	1250	25288.4	2250	52476.4
260	2499.63	1260	25567.1	2260	52714
270	2646.11	1270	25846.2	2270	52950.4
280	2795.35	1280	26125.7	2280	53185.4

290	2947.29	1290	26405.5	2290	53419.1
300	3101.88	1300	26685.6	2300	53651.5
310	3259.06	1310	26966	2310	53882.5
320	3418.79	1320	27246.7	2320	54112.1
330	3581.03	1330	27527.7	2330	54340.3
340	3745.71	1340	27809	2340	54567.1
350	3912.81	1350	28090.5	2350	54792.5
360	4082.27	1360	28372.3	2360	55016.3
370	4254.06	1370	28654.2	2370	55238.7
380	4428.14	1380	28936.4	2380	55459.5
390	4604.47	1390	29218.7	2390	55678.8
400	4783.01	1400	29501.2	2400	55896.5
410	4963.73	1410	29783.9	2410	56112.6
420	5146.58	1420	30066.7	2420	56327.2
430	5331.54	1430	30349.6	2430	56540
440	5518.57	1440	30632.6	2440	56751.2
450	5707.64	1450	30915.8	2450	56960.7
460	5898.72	1460	31199	2460	57168.5
470	6091.77	1470	31482.2	2470	57374.6
480	6286.76	1480	31765.5	2480	57578.9
490	6483.67	1490	32048.9	2490	57781.3
500	6682.47	1500	32332.2	2500	57982
510	6883.11	1510	32615.6	2510	58180.8
520	7085.59	1520	32898.9	2520	58377.7
530	7289.87	1530	33182.2	2530	58572.7
540	7495.91	1540	33465.5	2540	58765.7
550	7703.71	1550	33748.7	2550	58956.8
560	7913.22	1560	34031.8	2560	59145.9
570	8124.42	1570	34314.8	2570	59332.9
580	8337.29	1580	34597.8	2580	59517.9
590	8551.8	1590	34880.6	2590	59700.7
600	8767.93	1600	35163.2	2600	59881.4
610	8985.66	1610	35445.7	2610	60060
620	9204.95	1620	35728.1	2620	60236.3
630	9425.78	1630	36010.2	2630	60410.4
640	9648.14	1640	36292.2	2640	60582.2
650	9872	1650	36573.9	2650	60751.6
660	10097.3	1660	36855.4	2660	60918.7
670	10324.1	1670	37136.7	2670	61083.4
680	10552.3	1680	37417.7	2680	61245.7
690	10781.9	1690	37698.4	2690	61405.4
700	11013	1700	37978.9	2700	61562.6

710	11245.3	1710	38259	2710	61717.2
720	11479	1720	38538.8	2720	61869.1
730	11714.1	1730	38818.2	2730	62018.3
740	11950.4	1740	39097.3	2740	62164.8
750	12188.1	1750	39376	2750	62308.5
760	12426.9	1760	39654.4	2760	62449.3
770	12667.1	1770	39932.3	2770	62587.1
780	12908.4	1780	40209.8	2780	62722
790	13150.9	1790	40486.9	2790	62853.8
800	13394.7	1800	40763.5	2800	62982.4
810	13639.6	1810	41039.7	2810	63107.8
820	13885.6	1820	41315.4	2820	63229.8
830	14132.7	1830	41590.6	2830	63348.5
840	14381	1840	41865.2	2840	63463.6
850	14630.3	1850	42139.4	2850	63575.1
860	14880.7	1860	42412.9	2860	63682.9
870	15132.2	1870	42686	2870	63786.8
880	15384.6	1880	42958.4	2880	63886.7
890	15638.1	1890	43230.3	2890	63982.4
900	15892.6	1900	43501.5	2900	64073.7
910	16148	1910	43772.1	2910	64160.5
920	16404.4	1920	44042.1	2920	64242.5
930	16661.8	1930	44311.4	2930	64319.4
940	16920	1940	44580	2940	64390.9
950	17179.2	1950	44847.9	2950	64456.6
960	17439.2	1960	45115.1	2960	64515.9
970	17700.2	1970	45381.6	2970	64568.1
980	17961.9	1980	45647.4	2980	64612.1
990	18224.5	1990	45912.3	2990	64645.9
				3000	64664.4

附录 5: 积分模型下标准油罐的液体体积与 α, β 之间的关系 (α 主表与 β 系数修正表)

用法: 查到对应的 α, β , 先用 α 主表查出与高度对应的 V_h 的体积 (单位: m^3), 再乘以 β 系数修正表得到的系数, 即得到实际的 V_h 的体积 (单位: m^3)

高度 h(cm)	0.5	1	1.5	25	2.5	3	3.5
----------	-----	---	-----	----	-----	---	-----

$\backslash \alpha$ (度)							
10	0.454709	0.365017	0.336692	0.338058	0.352479	0.374399	0.401427
20	1.47487	1.2983	1.15566	1.05346	1.00228	0.983987	0.985221
30	2.84192	2.60717	2.39928	2.22022	2.07258	1.96141	1.8948
40	4.47999	4.19869	3.94029	3.70607	3.49748	3.31621	3.16405
50	6.34307	6.02268	5.72224	5.44279	5.18541	4.95129	4.74173
60	8.39738	8.0435	7.70712	7.38915	7.09049	6.81214	6.55512
70	10.6156	10.2328	9.86538	9.51408	9.17976	8.86327	8.56552
80	12.9743	12.5666	12.1723	11.792	11.4266	11.0768	10.7435
90	15.4528	15.0237	14.6061	14.2006	13.8081	13.4292	13.0647
100	18.0318	17.5846	17.1471	16.7199	16.3038	15.8994	15.5075
110	20.6935	20.2313	19.7771	19.3314	18.8949	18.4684	18.0526
120	23.4211	22.9468	22.4788	22.0176	21.5639	21.1184	20.6817
130	26.1982	25.7146	25.2357	24.7618	24.2938	23.8323	23.3779
140	29.0089	28.5189	28.0317	27.5481	27.0686	26.5939	26.1245
150	31.8378	31.3439	30.8513	30.3606	29.8724	29.3872	28.9058
160	34.6693	34.1744	33.679	33.1839	32.6896	32.1968	31.7061
170	37.4881	36.9948	36.4994	36.0025	35.5049	35.0071	34.5097
180	40.2788	39.7897	39.2969	38.8011	38.3028	37.8027	37.3014
190	43.0254	42.5434	42.056	41.5639	41.0677	40.568	40.0655
200	45.7121	45.2399	44.7607	44.2751	43.7837	43.2872	42.7862
210	48.3219	47.8626	47.3945	46.9182	46.4346	45.944	45.4473
220	50.8375	50.3941	49.9401	49.4763	49.0032	48.5216	48.0321
230	53.2403	52.8161	52.3794	51.9311	51.4718	51.0022	50.5229
240	55.5101	55.1086	54.6928	54.2634	53.8212	53.3668	52.9009
250	57.6245	57.2498	56.8587	56.4519	56.0303	55.5947	55.1456
260	59.5578	59.2144	58.8524	58.4725	58.0756	57.6626	57.2341
270	61.2788	60.9725	60.6447	60.2966	59.9291	59.5431	59.1396
280	62.7469	62.485	62.1982	61.888	61.5555	61.2018	60.8282
290	63.9005	63.6942	63.4578				

高度 h (cm)	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
$\backslash \alpha$ (度)							
10	0.432359	0.466518	0.503492	0.543015	0.584901	0.629021	0.675276
20	0.999306	1.02253	1.05264	1.08824	1.12834	1.1723	1.21963
30	1.86017	1.84738	1.85033	1.86514	1.88923	1.92079	1.95854
40	3.04562	2.96712	2.91892	2.89315	2.88453	2.88941	2.90519
50	4.55808	4.40135	4.27646	4.18789	4.12789	4.09014	4.07013
60	6.32052	6.10948	5.92291	5.76137	5.63028	5.53256	5.46176

70	8.28745	8.03002	7.79424	7.58103	7.39069	7.22402	7.08667
80	10.4276	10.1298	9.8511	9.59243	9.35464	9.13839	8.94335
90	12.7154	12.3821	12.0656	11.7668	11.4866	11.2257	10.985
100	15.1288	14.7641	14.4142	14.0798	13.7618	13.4609	13.1782
110	17.648	17.2556	16.8759	16.5098	16.1581	15.8215	15.5009
120	20.2546	19.8377	19.4318	19.0375	18.6557	18.2871	17.9324
130	22.9312	22.493	22.064	21.6449	21.2363	20.8391	20.4539
140	25.6613	25.2048	24.7557	24.3147	23.8825	23.4599	23.0474
150	28.4288	27.9569	27.4906	27.0307	26.5778	26.1327	25.696
160	31.218	30.7334	30.2527	29.7768	29.3061	28.8415	28.3835
170	34.0134	33.5188	33.0265	32.5373	32.0516	31.5702	31.0938
180	36.7995	36.2976	35.7965	35.2966	34.7987	34.3034	33.8113
190	39.5607	39.0543	38.5469	38.0392	37.5317	37.0252	36.5203
200	42.2812	41.773	41.2622	40.7493	40.2351	39.7201	39.2049
210	44.945	44.4378	43.9262	43.411	42.8926	42.3719	41.8494
220	47.5353	47.0319	46.5224	46.0076	45.488	44.9643	44.4372
230	50.0346	49.5379	49.0335	48.522	48.004	47.4803	46.9514
240	52.4242	51.9373	51.441	50.9359	50.4226	49.9018	49.3741
250	54.6839	54.2102	53.7252	53.2297	52.7242	52.2095	51.6862
260	56.7911	56.3341	55.864	55.3815	54.8873	54.3822	53.8668
270	58.7193	58.2831	57.8319	57.3664			

高度 h (cm)	7.5	8	8.5	9	9.5	10	10.5
$\backslash \alpha$ (度)							
10	0.723593	0.773912	0.826186	0.880374	0.936445	0.994369	1.05412
20	1.26998	1.32308	1.37873	1.43675	1.49703	1.55944	1.62391
30	2.00154	2.04906	2.10056	2.15562	2.21389	2.27511	2.33904
40	2.92995	2.96224	3.00097	3.04527	3.09446	3.148	3.20544
50	4.06454	4.0709	4.08728	4.11221	4.14452	4.18325	4.22765
60	5.41271	5.38151	5.3652	5.36146	5.36845	5.38471	5.40904
70	6.98016	6.89906	6.83905	6.79674	6.76947	6.7551	6.75191
80	8.77111	8.62718	8.51188	8.42062	8.3497	8.29617	8.25764
90	10.7646	10.5641	10.3857	10.2346	10.1103	10.0087	9.92676
100	12.9142	12.6695	12.4436	12.2368	12.0516	11.8928	11.759
110	15.197	14.9106	14.6424	14.3925	14.16	13.946	13.7533
120	17.5925	17.2682	16.9601	16.669	16.3954	16.1389	15.8987
130	20.0815	19.7228	19.3784	19.0491	18.7357	18.4388	18.1585
140	22.6459	22.2561	21.8788	21.5148	21.1647	20.8294	20.5095
150	25.2685	24.8509	24.4439	24.0483	23.6648	23.2942	22.9373
160	27.9329	27.4905	27.0568	26.6327	26.2189	25.8162	25.4253

170	30.6231	30.1587	29.7013	29.2517	28.8106	28.3788	27.957
180	33.3232	32.8397	32.3615	31.8893	31.4238	30.9657	30.5159
190	36.0175	35.5177	35.0214	34.5294	34.0424	33.561	33.0861
200	38.6903	38.1769	37.6654	37.1564	36.6506	36.1488	35.6516
210	41.3257	40.8015	40.2775	39.7543	39.2326	38.7131	38.1965
220	43.9072	43.375	42.8413	42.3067	41.7719	41.2376	40.7045
230	46.418	45.8806	45.3401	44.797	44.2521	43.7059	43.1593
240	48.8402	48.3008	47.7564	47.2079	46.6558	46.1009	45.544
250	51.155	50.6166	50.0717	49.5211			
260	53.342						

高度 h(cm) \ α (度)	11	11.5	12	12.5	13	13.5	14	14.5
10	1.11568	1.17903	1.24415	1.31102	1.37963	1.44997	1.52202	1.59578
20	1.69036	1.75873	1.82896	1.90101	1.97485	2.05042	2.12771	2.20668
30	2.4055	2.47434	2.54543	2.61866	2.69393	2.77117	2.85029	2.93124
40	3.26641	3.3306	3.39778	3.46771	3.54021	3.61513	3.69233	3.77169
50	4.27709	4.33105	4.3891	4.45086	4.51602	4.58432	4.65552	4.72942
60	5.44047	5.47819	5.52152	5.5699	5.62284	5.67992	5.74079	5.80514
70	6.75847	6.7736	6.79633	6.82583	6.86139	6.90242	6.9484	6.99888
80	8.23214	8.21804	8.214	8.21888	8.23169	8.25163	8.27797	8.31009
90	9.86173	9.81152	9.77432	9.74862	9.73312	9.72673	9.72851	9.73765
100	11.6467	11.5533	11.4764	11.414	11.3644	11.3263	11.2985	11.2799
110	13.5859	13.442	13.3186	13.2132	13.1238	13.0485	12.9859	12.9347
120	15.6766	15.4756	15.2988	15.1441	15.0088	14.8907	14.7881	14.6993
130	17.8939	17.6451	17.4139	17.2036	17.0164	16.85	16.702	16.5706
140	20.2055	19.917	19.643	19.3844	19.1432	18.9227	18.724	18.5449
150	22.5947	22.2671	21.9546	21.6563	21.3717	21.1022	20.8499	20.6181
160	25.047	24.682	24.3309	23.9942	23.6717	23.362	23.0657	22.7842
170	27.5459	27.1463	26.759	26.3846	26.0237	25.6766	25.3423	25.0199
180	30.075	29.6438	29.223	28.8135	28.4159	28.0309	27.6589	27.2999
190	32.6183	32.1584	31.7071	31.2653	30.8337	30.413	30.0039	29.6071
200	35.1598	34.6741	34.1952	33.724	33.2612	32.8076	32.364	31.931
210	37.6835	37.1749	36.6714	36.1737	35.6827	35.1991	34.7238	34.2575
220	40.1733	39.6447	39.1195	38.5985	38.0823	37.572	37.0682	36.5719
230	42.6128	42.0674	41.5237	40.9826	40.4449			
240	44.9858							

高度 h(cm) \ α (度)	15	15.5	16	16.5	17	17.5
----------------------------	----	------	----	------	----	------

10	1.67123	1.74835	1.82715	1.90762	1.98973	2.07349
20	2.28732	2.36959	2.45347	2.53895	2.626	2.71462
30	3.01397	3.09841	3.18453	3.27229	3.36164	3.45256
40	3.8531	3.93647	4.02171	4.10876	4.19754	4.28799
50	4.80585	4.88465	4.96568	5.04882	5.13395	5.22099
60	5.87269	5.94321	6.01649	6.09234	6.1706	6.2511
70	7.05347	7.11183	7.17366	7.23868	7.30666	7.37739
80	8.34747	8.38963	8.43615	8.48668	8.54088	8.59845
90	9.75342	9.77521	9.80246	9.83471	9.8715	9.91247
100	11.2695	11.2667	11.2706	11.2807	11.2964	11.3172
110	12.8936	12.8617	12.8381	12.8221	12.8129	12.8099
120	14.6228	14.5575	14.5022	14.456	14.4181	14.3877
130	16.454	16.3507	16.2595	16.1791	16.1086	16.047
140	18.3834	18.2377	18.1062	17.9875	17.8805	17.7841
150	20.4069	20.2142	20.0381	19.8771	19.7297	19.5947
160	22.5198	22.2756	22.0506	21.8432	21.6515	21.4742
170	24.7107	24.4161	24.1386	23.8807	23.6409	23.4176
180	26.952	26.6159	26.2927	25.984	25.6925	25.4196
190	29.2227	28.8498	28.4874	28.1364	27.7982	27.4746
200	31.5094	31.0996	30.7016	30.3136	29.9358	29.5696
210	33.8011	33.3552	32.9206	32.4976		

高度 h (cm) $\backslash \alpha$ (度)	18	18.5	19	19.5	20
10	2.15888	2.2459	2.33454	2.42478	2.51663
20	2.80477	2.89645	2.98964	3.08433	3.1805
30	3.54501	3.63895	3.73438	3.83124	3.92953
40	4.38006	4.47369	4.56883	4.66544	4.76348
50	5.30983	5.40039	5.4926	5.58639	5.68168
60	6.33372	6.41833	6.50481	6.59307	6.68301
70	7.45066	7.52631	7.60417	7.68409	7.76595
80	8.65915	8.72272	8.78895	8.85765	8.92863
90	9.95725	10.0056	10.0571	10.1116	10.1688
100	11.3427	11.3724	11.4061	11.4433	11.4839
110	12.8126	12.8205	12.8331	12.8501	12.871
120	14.3641	14.3468	14.3351	14.3286	14.3268
130	15.9936	15.9476	15.9084	15.8753	15.8478
140	17.6973	17.6192	17.5491	17.4863	17.4301
150	19.4709	19.3574	19.2532	19.1574	19.0695
160	21.3099	21.1575	21.016	20.8842	20.7615
170	23.2094	23.0148	22.8327	22.6619	22.5016
180	25.164	24.924	24.6983	24.4856	24.285

190 27.1683 26.8799 26.6078 26.3508 26.1077
 200 29.2163

β	系 数 ($1/\cos \beta$)	β	系 数 ($1/\cos \beta$)
0.5°	1.000038	10.5°	1.01703
1°	1.000152	11°	1.018717
1.5°	1.000343	11.5°	1.020487
2°	1.00061	12°	1.022341
2.5°	1.000953	12.5°	1.02428
3°	1.001372	13°	1.026304
3.5°	1.001869	13.5°	1.028415
4°	1.002442	14°	1.030614
4.5°	1.003092	14.5°	1.0329
5°	1.00382	15°	1.035276
5.5°	1.004625	15.5°	1.037742
6°	1.005508	16°	1.040299
6.5°	1.00647	16.5°	1.042949
7°	1.00751	17°	1.045692
7.5°	1.008629	17.5°	1.048529
8°	1.009828	18°	1.051462
8.5°	1.011106	18.5°	1.054492
9°	1.012465	19°	1.057621

9.5°	1.013905	19.5°	1.060849
10°	1.015427	20°	1.064178

附录 6 SolidWorks 模型给出的容积 V_h 与高度 h 以及纵向偏角 α 关系:

角度	H(dm)	V_h (L)	角度	H(dm)	V_h (L)	角度	H(dm)	V_h (L)	角度	H(dm)	V_h (L)
0.00	3	3101.87	0.71	2.975	3024.41	1.43	2.95	2947.92	2.148	2.925	2872.41
0.00	4	4783	0.71	3.975	4693.6	1.43	3.95	4605.03	2.148	3.925	4517.29
0.00	5	6682.46	0.71	4.975	6582.96	1.43	4.95	6484.17	2.148	4.925	6386.12
0.00	6	8767.93	0.71	5.975	8659.78	1.43	5.95	8552.25	2.148	5.925	8445.36
0.00	7	11012.96	0.71	6.975	10897.38	1.43	6.95	10782.35	2.148	6.925	10667.87
0.00	8	13394.67	0.71	7.975	13272.75	1.43	7.95	13151.3	2.148	7.925	13030.32
0.00	9	15892.6	0.71	8.975	15765.31	1.43	8.95	15638.42	2.148	8.925	15511.94
0.00	10	18487.91	0.71	9.975	18356.17	1.43	9.95	18224.76	2.148	9.925	18093.68
0.00	11	21162.95	0.71	10.975	21027.62	1.43	10.95	20892.54	2.148	10.925	20757.74
0.00	12	23900.91	0.71	11.975	23762.81	1.43	11.95	23624.9	2.148	11.925	23487.2
0.00	13	26685.58	0.71	12.975	26545.5	1.43	12.95	26405.56	2.148	12.925	26265.76
0.00	14	29501.2	0.71	13.975	29359.93	1.43	13.95	29218.74	2.148	13.925	29077.62
0.00	15	32332.22	0.71	14.975	32190.55	1.43	14.95	32049.34	2.148	14.925	31909.55
0.00	16	35163.2	0.71	15.975	35021.88	1.43	15.95	34880.5	2.148	15.925	34739.06
0.00	17	37978.78	0.71	16.975	37838.58	1.43	16.95	37698.26	2.148	16.925	37557.82
0.00	18	40763.42	0.71	17.975	40625.13	1.43	17.95	40486.65	2.148	17.925	40347.99
0.00	19	43501.34	0.71	18.975	43365.76	1.43	18.95	43229.92	2.148	18.925	43093.84
0.00	20	46176.35	0.71	19.975	46044.29	1.43	19.95	45911.91	2.148	19.925	45779.22
0.00	21	48771.62	0.71	20.975	48643.95	1.43	20.95	48515.89	2.148	20.925	48387.45
0.00	22	51269.52	0.71	21.975	51147.14	1.43	21.95	51024.3	2.148	21.925	50901.01
0.00	23	53651.22	0.71	22.975	53535.11	1.43	22.95	53418.46	2.148	22.925	53301.29
0.00	24	55896.25	0.71	23.975	55787.47	1.43	23.95	55678.08	2.148	23.925	55568.09
0.00	25	57981.76	0.71	24.975	57881.54	1.43	24.95	57780.62	2.148	24.925	57678.99
0.00	26	59881.29	0.71	25.975	59791.07	1.43	25.95	59700	2.148	25.925	59608.15
0.00	27	61562.55	0.71	26.975	61484.13	1.43	26.95	61404.75	2.148	26.925	61324.44
2.86	2.9	2797.9	3.57	2.875	2724.41	4.28	2.85	2651.94	5.001	2.825	2580.51
2.86	3.9	4430.41	3.57	3.875	4344.39	4.28	3.85	4259.23	5.001	3.825	4174.96
2.86	4.9	6288.8	3.57	4.875	6192.23	4.28	4.85	6096.4	5.001	4.825	6001.34
2.86	5.9	8339.12	3.57	5.875	8233.52	4.28	5.85	8128.57	5.001	5.825	8024.3
2.86	6.9	10553.95	3.57	6.875	10440.59	4.28	6.85	10327.81	5.001	6.825	10215.6
2.86	7.9	12909.83	3.57	7.875	12789.82	4.28	7.85	12670.31	5.001	7.825	12551.29
2.86	8.9	15385.86	3.57	8.875	15260.2	4.28	8.85	15134.97	5.001	8.825	15010.16
2.86	9.9	17962.95	3.57	9.875	17832.56	4.28	9.85	17702.52	5.001	9.825	17572.84
2.86	10.9	20623.21	3.57	10.875	20488.96	4.28	10.85	20355	5.001	10.825	20221.32
2.86	11.9	23349.7	3.57	11.875	23212.42	4.28	11.85	23075.36	5.001	11.825	22938.53
2.86	12.9	26126.11	3.57	12.875	25986.6	4.28	12.85	25847.25	5.001	12.825	25708.06
2.86	13.9	28936.58	3.57	13.875	28795.63	4.28	13.85	28654.78	5.001	13.825	28514.02
2.86	14.9	31770.88	3.57	14.875	31632.69	4.28	14.85	31485.29	5.001	14.825	31340.76
2.86	15.9	34597.59	3.57	15.875	34456.07	4.28	15.85	34314.51	5.001	15.825	34172.93
2.86	16.9	37417.28	3.57	16.875	37276.63	4.28	16.85	37135.88	5.001	16.825	36995.04
2.86	17.9	40209.16	3.57	17.875	40070.16	4.28	17.85	39931	5.001	17.825	39791.68
2.86	18.9	42957.51	3.57	18.875	42820.96	4.28	18.85	42684.18	5.001	18.825	42547.17
2.86	19.9	45646.23	3.57	19.875	45512.93	4.28	19.85	45379.34	5.001	19.825	45245.47
2.86	20.9	48258.63	3.57	20.875	48129.45	4.28	20.85	47999.91	5.001	20.825	47870.01
2.86	21.9	50777.27	3.57	21.875	50653.1	4.28	21.85	50528.49	5.001	21.825	50403.46

2.86	22.9	53183.59	3.57	22.875	53065.39	4.28	22.85	52946.67	5.001	22.825	52827.46
2.86	23.9	55457.49	3.57	23.875	55346.3	4.28	23.85	55234.52	5.001	23.825	55122.16
2.86	24.9	57576.68	3.57	24.875	57473.67	4.28	24.85	57369.99	5.001	24.825	57265.65
2.86	25.9	59515.48	3.57	25.875	59422.06	4.28	25.85	59327.85	5.001	25.825	59232.88
2.86	26.9	61243.2	3.57	26.875	61160.99	4.28	26.85	61077.93	5.001	26.825	60993.95

角度	H(dm)	V _b (L)	角度	H(dm)	V _b (L)	角度	H(dm)	V _b (L)	角度	H(dm)	V _b (L)
5.711	2.8	2510.13	6.419	2.775	2440.83	7.125	2.75	2372.61	7.829	2.725	2305.48
5.711	3.8	4091.57	6.419	3.775	4009.09	7.125	3.75	3927.51	7.829	3.725	3846.86
5.711	4.8	5907.05	6.419	4.775	5813.54	7.125	4.75	5720.81	7.829	4.725	5628.88
5.711	5.8	7920.69	6.419	5.775	7817.76	7.125	5.75	7715.51	7.829	5.725	7613.96
5.711	6.8	10103.98	6.419	6.775	9992.95	7.125	6.75	9882.51	7.829	6.725	9772.69
5.711	7.8	12432.79	6.419	7.775	12314.79	7.125	7.75	12197.32	7.829	7.725	12080.37
5.711	8.8	14885.78	6.419	8.775	14761.84	7.125	8.75	14638.35	7.829	8.725	14515.31
5.711	9.8	17443.52	6.419	9.775	17314.58	7.125	9.75	17186.01	7.829	9.725	17057.82
5.711	10.8	20087.94	6.419	10.775	19954.87	7.125	10.75	19822.1	7.829	10.725	19689.65
5.711	11.8	22801.92	6.419	11.775	22665.55	7.125	11.75	22529.43	7.829	11.725	22393.55
5.711	12.8	25569.03	6.419	12.775	25430.18	7.125	12.75	25291.51	7.829	12.725	25153.01
5.711	13.8	28373.37	6.419	13.775	28232.82	7.125	13.75	28092.39	7.829	13.725	27952.08
5.711	14.8	31199.25	6.419	14.775	31057.77	7.125	14.75	30916.35	7.829	14.725	30774.98
5.711	15.8	34031.32	6.419	15.775	33889.69	7.125	15.75	33748.06	7.829	15.725	33607
5.711	16.8	36854.11	6.419	16.775	36713.1	7.125	16.75	36572.02	7.829	16.725	36430.86
5.711	17.8	39652.21	6.419	17.775	39512.6	7.125	17.75	39372.84	7.829	17.725	39232.95
5.711	18.8	42409.95	6.419	18.775	42272.52	7.125	18.75	42134.88	7.829	18.725	41997.05
5.711	19.8	45111.31	6.419	19.775	44976.88	7.125	19.75	44842.17	7.829	19.725	44707.2
5.711	20.8	47739.76	6.419	20.775	47609.16	7.125	20.75	47478.23	7.829	20.725	47346.97
5.711	21.8	50278.01	6.419	21.775	50152.14	7.125	21.75	50025.86	7.829	21.725	49899.18
5.711	22.8	52707.75	6.419	22.775	52587.55	7.125	22.75	52466.87	7.829	22.725	52345.71
5.711	23.8	55009.23	6.419	23.775	54895.73	7.125	23.75	54781.67	7.829	23.725	54667.05
5.711	24.8	57160.65	6.419	24.775	57054.99	7.125	24.75	56948.69	7.829	24.725	56841.75
5.711	25.8	59137.14	6.419	25.775	59040.65	7.125	25.75	58943.42	7.829	25.725	58845.45
5.711	26.8	60909.12	6.419	26.775	60823.43	7.125	26.75	60736.85	7.829	26.725	60649.42
8.531	2.7	2239.48	9.230	2.675	2174.62	9.926	2.65	2110.91	10.620	2.625	2048.37
8.531	3.7	3767.14	9.230	3.675	3688.36	9.926	3.65	3610.53	10.620	3.625	3533.68
8.531	4.7	5537.74	9.230	4.675	5447.42	9.926	4.65	5357.92	10.620	4.625	5269.25
8.531	5.7	7513.1	9.230	5.675	7412.95	9.926	5.65	7313.52	10.620	5.625	7214.81
8.531	6.7	9663.47	9.230	6.675	9554.87	9.926	6.65	9446.89	10.620	6.625	9339.55
8.531	7.7	11963.95	9.230	7.675	11848.07	9.926	7.65	11732.74	10.620	7.625	11617.95
8.531	8.7	14392.72	9.230	8.675	14270.6	9.926	8.65	14148.95	10.620	8.625	14027.78
8.531	9.7	16930.02	9.230	9.675	16802.61	9.926	9.65	16675.6	10.620	9.625	16548.99
8.531	10.7	19557.51	9.230	10.675	19425.7	9.926	10.65	19294.23	10.620	10.625	19163.09
8.531	11.7	22257.93	9.230	11.675	22122.56	9.926	11.65	21987.46	10.620	11.625	21852.64
8.531	12.7	25014.71	9.230	12.675	24876.61	9.926	12.65	24738.7	10.620	12.625	24601
8.531	13.7	27811.89	9.230	13.675	27671.84	9.926	13.65	27531.92	10.620	13.625	27392.14
8.531	14.7	30633.67	9.230	14.675	30492.43	9.926	14.65	30351.27	10.620	14.625	30210.19
8.531	15.7	33467.37	9.230	15.675	33328.77	9.926	15.65	33183.75	10.620	15.625	33042.85
8.531	16.7	36289.64	9.230	16.675	36148.36	9.926	16.65	36007.03	10.620	16.625	35865.65
8.531	17.7	39092.93	9.230	17.675	38952.79	9.926	17.65	38812.53	10.620	17.625	38672.16
8.531	18.7	41859.02	9.230	18.675	41720.81	9.926	18.65	41582.41	10.620	18.625	41443.84
8.531	19.7	44571.98	9.230	19.675	44436.49	9.926	19.65	44300.77	10.620	19.625	44164.8
8.531	20.7	47215.38	9.230	20.675	47083.46	9.926	20.65	46951.24	10.620	20.625	46818.7
8.531	21.7	49772.11	9.230	21.675	49644.64	9.926	21.65	49516.79	10.620	21.625	49388.57

8.531	22.7	52224.09	9.230	22.675	52102	9.926	22.65	51979.46	10.620	22.625	51856.47
8.531	23.7	54551.89	9.230	23.675	54436.19	9.926	23.65	54319.96	10.620	23.625	54203.19
8.531	24.7	56734.17	9.230	24.675	56625.97	9.926	24.65	56517.15	10.620	24.625	56407.72
8.531	25.7	58746.79	9.230	25.675	58647.35	9.926	25.65	58547.22	10.620	25.625	58446.38
8.531	26.7	60561.13	9.230	26.675	60472.03	9.926	26.65	60382.09	10.620	26.625	60291.35

角度	H(dm)	V _s (L)	角度	H(dm)	V _s (L)	角度	H(dm)	V _s (L)	角度	H(dm)	V _s (L)
11.3	2.6	1987.04	12	2.575	1926.92	12.6	2.55	1868.04	13.360	2.525	1810.44
11.3	3.6	3457.8	12	3.575	3382.92	12.6	3.55	3309.04	13.360	3.525	3236.17
11.3	4.6	5181.42	12	4.575	5094.43	12.6	4.55	5008.3	13.360	4.525	4923.04
11.3	5.6	7116.83	12	5.575	7019.58	12.6	5.55	6923.09	13.360	5.525	6827.34
11.3	6.6	9232.84	12	6.575	9126.78	12.6	6.55	9021.37	13.360	6.525	8916.62
11.3	7.6	11503.7	12	7.575	11390.05	12.6	7.55	11276.9	13.360	7.525	11164.43
11.3	8.6	13907.0	12	8.575	13786.88	12.6	8.55	13667.1	13.360	8.525	13547.95
11.3	9.6	16422.8	12	9.575	16297.02	12.6	9.55	16171.6	13.360	9.525	16046.74
11.3	10.6	19032.2	12	10.57	18901.84	12.6	10.5	18771.7	13.360	10.525	18642.01
11.3	11.6	21718.0	12	11.57	21583.81	12.6	11.5	21449.8	13.360	11.525	21316.15
11.3	12.6	24463.5	12	12.57	24326.24	12.6	12.5	24189.2	13.360	12.525	24052.38
11.3	13.6	27252.5	12	13.57	27113.04	12.6	13.5	26973.7	13.360	13.525	26834.57
11.3	14.6	30069.1	12	14.57	29928.28	12.6	14.5	29787.4	13.360	14.525	29646.76
11.3	15.6	32898.2	12	15.57	32756.66	12.6	15.5	32615.1	13.360	15.525	32473.62
11.3	16.6	35724.2	12	16.57	35582.77	12.6	16.5	35441.2	13.360	16.525	35299.78
11.3	17.6	38531.6	12	17.57	38391.11	12.6	17.5	38250.4	13.360	17.525	38109.69
11.3	18.6	41305.1	12	18.57	41166.19	12.6	18.5	41027.1	13.360	18.525	40887.91
11.3	19.6	44028.5	12	19.57	43892.16	12.6	19.5	43755.5	13.360	19.525	43618.62
11.3	20.6	46685.8	12	20.57	46552.73	12.6	20.5	46419.3	13.360	20.525	46285.6
11.3	21.6	49259.9	12	21.57	49131	12.6	21.5	49001.6	13.360	21.525	48872
11.3	22.6	51733.0	12	22.57	51609.15	12.6	22.5	51484.8	13.360	22.525	51360.11
11.3	23.6	54085.9	12	23.57	53968.12	12.6	23.5	53849.8	13.360	23.525	53731
11.3	24.6	56297.6	12	24.57	56187.06	12.6	24.5	56075.8	13.360	24.525	55964.04
11.3	25.6	58344.8	12	25.57	58242.59	12.6	25.5	58139.6	13.360	25.525	58036.1
11.3	26.6	60199.7	12	26.57	60107.44	12.6	26.5	60014.3	13.360	26.525	59920.38
14.0	2.5	1754.13									
14.0	3.5	3164.35									
14.0	4.5	4838.66									
14.0	5.5	6732.35									
14.0	6.5	8812.54									
14.0	7.5	11052.49									
14.0	8.5	13429.24									
14.0	9.5	15922.25									
14.0	10.5	18512.64									
14.0	11.5	21182.76									
14.0	12.5	23915.79									
14.0	13.5	26695.59									
14.0	14.5	29506.16									
14.0	15.5	32332.16									
14.0	16.5	35159									
14.0	17.5	37968.85									
14.0	18.5	40748.54									
14.0	19.5	43481.53									
14.0	20.5	46151.61									
14.0	21.5	48741.98									
14.0	22.5	51234.96									
14.0	23.5	53611.7									
14.0	24.5	55851.66									
14.0	25.5	57931.9									
14.0	26.5	59825.69									

